Petőfi Pályázat matematikából
2017/2018
11.-12. ÉVFOLYAM

1. Adjuk meg a következő trigonometrikus egyenlet összes megoldását a $[0;2\pi]$ intervallumon:

$$3\mathrm{tg}\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\mathrm{tg}\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=0$$

(5 pont)

2. Az ABC háromszög oldalaira kifelé négyzeteket emeltünk. Két szomszédos négyzet a háromszög azonos csúcsaiból induló oldalainak másik végpontjait összekötő szakaszok x, y, z. Bizonyítsuk be, hogy

$$\frac{x+y+z}{s_a+s_b+s_c}=2,$$

ahol s_a, s_b, s_c a háromszög súlyvonalai.

(5 pont)

3. Oldjuk meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$\sqrt{\frac{1}{1+\sqrt{t}}}+\sqrt{\frac{2}{1+\sqrt{t}}}=\frac{\sqrt{2}\left(1+\sqrt{2}\right)}{\sqrt{3}}, \qquad t\geq 0$$

(5 pont)

4. Bizonyítsuk be, hogy ha egy háromszög oldalai: $a=n^2+3n+3$, $b=n^2+2n$, $c=2n+3$ $(n\in N^+)$, akkor a háromszög egyik szöge 120°-os!

(5 pont)

5. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert a pozitív valós számok körében:

$$\begin{cases} x^2+y^2+xy=7 \\ x^2+z^2+xz=13 \\ y^2+z^2+yz=19 \end{cases}$$

A feladatokat a Petőfi pályázatokra érvényes általános szabályai szerint kérem beadni. A feladatokat, ahol szükséges, világos magyarázatokkal lássuk el. Törekedjünk az áttekinthető és egyértelmű megoldásokra. Útbaigazításért keressétek Takács Sándor tanár urat! A beadási határidő: 2018.02.15.